

同伦法在逆向工程约束求解中的应用

龚友平 金涛 童水光

(浙江大学化工机械研究所, 杭州 310027)

摘要 逆向工程模型重建过程中,为了再现逼近特征之间固有的几何约束关系,应该在满足特定约束关系下对测量数据进行优化拟合,但在拟合时,由于迭代初值以及约束的不确定性,使得通常的牛顿迭代法有时难以得到收敛解。为解决上述问题,提出了一种应用同伦迭代法求解约束优化拟合方程的策略,该策略首先对部分约束进行合并处理,然后给出欠约束同伦的构造方法,并由局部曲率控制欠约束同伦迭代步长。实例结果显示,该方法能有效完成特定约束条件下数据优化拟合计算。

关键词 逆向工程 约束 同伦法 特征拟合

中图分类号: Th391.72 **文献标识码:** A **文章编号:** 1006-8961(2007)04-0726-06

Application of Homotopy Method in Reverse Engineering Constraints Solution

GONG You-ping, JIN Tao, TONG Shui-guang

(Institute of Chemical Machinery, Zhejiang University, Hangzhou 310027)

Abstract In the process of method reconstruction, to reappear inherent geometric constraints relationship of features, optimizing fitting to those point data should satisfy some special constraints. The general solving method—Newton iteration method often fails to reach convergence value because of undetermined initial value and constraints. To solve above problems, this paper puts forward Homotopy method: firstly, combines part of constraints. Secondly constructs under constraints Homotopy, thirdly, uses the local curvature to control the iteration steps. The example show that: the method is effective in fitting the point data with constraints.

Keywords reverse engineering, constraints, homotopy method, feature fitting

1 引言

众所周知,大多数机械零件产品都是按一定特征设计制造的,由于几何特征是几何造型的关键要素,它对控制几何形体的形状有着极为重要的作用,同时特征之间还具有确定的几何约束关系,因此,在产品的模型重建过程中,一个重要的目标就是还原这些特征以及它们之间的关系。在进行正向2维草图设计时,设计者先勾画草图,然后施加约束进行设计,由于此时往往系统的初始条件良好,从而采用牛顿迭代法就能够很快得到解。但在逆向工程中,由

于首先做的工作是从点云数据中识别出这些约束,因此不可避免会出现约束过剩或约束不足情况,有时还可能出现矛盾约束的情况,这时候一般很难确定约束迭代的初值,而牛顿迭代法的初值又要求很苛刻,如果初值不在牛顿迭代收敛域内,则该方法失效。对此,国内外有很多学者也在求解方法方面做了大量的工作,如 Werghi 提出采用优化方法来求解约束方程组^[1],从而将约束求解问题转化为优化问题;Pál Benkő 对前述算法进行了改进,提出用“忠实距离”来表达约束的过程,建立了约束的数值化模型^[2],并用改进的牛顿迭代算法进行约束求解,从而在一定程度上解决了约束关联的求解。Arie

基金项目:高等学校博士学科点专项科研基金资助(2002033062)

收稿日期:2005-10-31;改回日期:2005-12-30

第一作者简介:龚友平(1978~),男,浙江大学博士研究生。主要研究方向为计算机图形学、逆向工程。E-mail: gyp@zju.edu.cn

Karniel 提出将对拟合曲面的约束进行分解的策略^[3],并将分解后的约束转化为“有向约束图”,以确定约束求解的顺序,最后采用约束优化的理论来对分解后的约束进行求解。

同伦方法是代数拓扑学中的一个基本概念,它自20世纪70年代开始用于数值法求解非线性反演问题后,因为其良好的通用性和稳定性而在非线性方程组求解方面得到了很好的应用。1980年,Garcia 和李天岩利用 Bézout 定理提出了估计多项式方程组解的个数的理论^[4]。特别是在非线性很强的化工领域及地球物理反问题领域等,同伦连续法得到了广泛的应用。Morgan 和 Wampler 将同伦方法用于机器人和运动学领域,也取得了很好的效果^[5,6]。另外,同伦法也在几何约束满足问题中得到应用^[7,8]。本文提出用同伦法求解逆向工程中的约束求解问题,其不仅能解决逆向工程约束方程初值无法确定的问题,而且能保证求解过程的稳定性和收敛性。

2 同伦法概述^[9]

基于同伦概念求解非线性问题(下称同伦法)的基本思想是借助同伦函数,从辅助映射的零点集出发,跟踪同伦映射的零点曲线,并逐步过渡到目标映射的零点集。

定义 设 X 与 Y 是拓扑空间, $f_0, f_1: X \rightarrow Y$ 是连续映像。记 $I = [0, 1]$, 若存在连续映像 $H: (X \times I) \rightarrow Y$, 使得对一切 $x \in X$ 成立, $H(x, 0) = f_0(x)$ 与 $H(x, 1) = f_1(x)$, 则称 f_0 同伦于 f_1 , $H(x, t)$ 为将 $f_0(x)$ 光滑形变到 $f_1(x)$ 的一个同伦。 $f_0(x)$ 为辅助函数, $t \in [0, 1]$ 为同伦参数。

设想求解的非线性方程组为

$$\begin{cases} f_1(x_1, x_2, \dots, x_n) = 0 \\ f_2(x_1, x_2, \dots, x_n) = 0 \\ \dots \\ f_n(x_1, x_2, \dots, x_n) = 0 \end{cases} \quad (1)$$

其中, $f_i(x_1, x_2, \dots, x_n)$ ($i = 1, 2, \dots, n$) 是定义在域 $R \subset R^n$ 上的 n 个自变量 x_1, x_2, \dots, x_n 的实数值, 令:

$$X = [x_1, x_2, \dots, x_n]^T$$

$$F(x) = [f_1(x), f_2(x), \dots, f_n(x)]^T$$

则式(1)可写为

$$F(x) = 0 \quad (2)$$

这里有 $F: D \subset R^n \rightarrow R^n$, 表示 F 是定义在 $D \subset R^n$ 且取值于 R^n 的向量函数。 \hat{x} 为式(2)的解。用牛顿法求解式(2)时, 要求初值 x_0 与 \hat{x} 充分接近, 才能保证迭代序列 $\{x_k\}$ 收敛到 \hat{x} , 但由于 \hat{x} 事先是不知道的, 而初值 x_0 的确定往往比较困难, 于是就可用同伦思想扩大收敛范围, 最后得到非线性方程的求解。因直接求解 $F(x) = 0$ 比较困难, 故可以先构造以下一个简单方程:

$$F_0(x) = 0 \quad (3)$$

这个方程的解或者事先知道, 或者比较容易求解; 然后构造 F_0 与 F 之间的一个同伦 $H(x, t)$, 于是问题就转化为同伦方程:

$$H(x, t) = 0, t \in [0, 1], x \in D \quad (4)$$

的解 $x = x(t)$, 这里 $x: [0, 1] \rightarrow R^n$ 连续依赖于同伦参数 t , 当 $t = 0$ 时, $H(x_0, 0) = x_0$ 为式(3)的解, 当 $t = 1$ 时, $H(\hat{x}, 1) = \hat{x}$ 为式(1)的解。于是可得到同伦延拓法的思想为: 从式(3)的解 x_0 出发, 沿着式(3)的解曲线 $x = x(t)$, 即可得到式(2)的解。

对于给定的非线性方程组 $f(x) = 0 \in R^n, x \in \bar{\Omega} \subset R^n$, 同伦求解需要一个同伦 $H: \bar{\Omega} \times [0, 1] \rightarrow R^n$, 使得 $H(x, 0) = 0$

$$\begin{cases} x'_i = (-1)^i C(x, t) \cdot \det[DH_{-i}(x, t)], i = 1, 2, \dots, n \\ t = (-1)^{n+1} C(x, t) \cdot \det[H_x(x, t)], \\ (x(0), t(0)) = (x(0), 0) \end{cases} \quad (5)$$

其中,

$$C(x, t) = \frac{(-1)^{n+1} \text{sgn}[\det(H_x(x_0, 0))]}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n+1} [\det(DH_{-i})]^2}}$$

从狭义的角度讲, 同伦求解的过程就可以认为是对式(5)通过跟踪路径 $(x(s), t(s))$ 而设计的一类方法, 其跟踪算法步骤如下:

(1) 初始化 确定初始点 $(x, t)_0 = (x_0, 0)$, 初始步长 δ 以及容许误差 ε 3 个变量;

(2) 预估步 计算 $(x, t)_0$ 处的切向量 (x', t') , 并且用欧拉法计算第 1 步得 $(x, t)_1 = (x, t)_0 + \delta(x', t')$, 如果 $(x, t)_1$ 中的 t 分量大于 1, 则调整步长 δ , 使预估在超平面 $t = 1$ 上;

(3) 校正步 以 $(x, t)_1$ 为初值, 用迭代法产生一个序列 $\{(x, t)_i\} (i = 1, \dots, k)$ 使 $(x, t)_r = (x, t)_k$ 为 $H^{-1}(0)$ 中点的近似且其误差小于 ε , 如果迭代不收敛, 则缩小步长 δ 转步骤(2);

(4) 调换步 根据判别准则, 若 $(x, t)_r$ 已满足

要求,则置 $(x, t)_0 = (x, t)_r$,并调整步长 δ ,否则缩小步长,转步骤(2);

(5) 如果 $(x, t)_r$ 的 t 分量等于1,则停止迭代过程,这时 $(x, t)_r$ 的 x 分量是 $f(x) = 0$ 的一个近似解,若 $(x, t)_r$ 的 t 分量小于1,则转步骤(2)。

在上面迭代过程中,预估步中用高阶方法对改善效率与稳定性方面的效果不大,而采用欧拉法预估已足够。在每一点 $(x, t) \in H^{-1}(x, 0)$,切向量 (x', t') 可由式(5)直接地唯一解出。

3 逆向工程中约束的同伦构造及求解

在逆向工程中,除了对实物原型的形状特征进行拟合之外,还要对形状本身参数进行提取和对形状特征之间的关系进行识别,即在约束条件下进行实体几何特征元素拟合,以完成对实物原型设计意图的复原,并在此基础上进行创新设计。拟合过程中,对于2维轮廓曲线拟合涉及到的特征包括:点、线、圆、弧、样条曲线等,对这些元素拟合过程中的约束条件包括:元素间的距离关系、角度关系、相切关系、平行关系、垂直关系等。对于3维几何特征基本元素通常包括:平面、柱面、球面、锥面、环体等,同样在拟合这些3维几何特征之前也要施加相关的约束条件,如拟合平面的关系(平行、垂直、成一定的角度)以及拟合平面与拟合柱面成一定的角度关系等。但在拟合之前首先要对这些约束关系进行识别,由于测量数据点几乎不包含几何特征的约束关系,因此应通过原型分析来判断推理来确定特征元素间的约束,但这样获得的约束关系不可避免地带有不完整性和不确定性,通常情况下,所识别出的约束为欠约束。这些欠约束条件的直接表现形式为大量的非线性方程组形式。基于约束的拟合过程的求解可表达为^[2]

$$\begin{cases} f(x) = \min \sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^m d(D_{i,k}, s_i)^2 \\ \text{st. } C_j(x) = 0 (j = 1, \dots, l) \end{cases} \quad (6)$$

其中, $s_i (i = 1, \dots, n)$ 为模型的第 i 个面片, $D_{i,k}$ 为第 i 个区域内第 k 个点到第 i 个面片的距离。所有的约束方程可以写为式(1)。

目前,对于这些非线性方程组的数值计算方法一般采用牛顿迭代法。但利用牛顿迭代法得到的结果可能是发散的,也可能在比较“混乱”的运算后收敛到一个不理想的价值。在这种情况下,除非经过简单的修改后才能使迭代效果很好,否则用户除了轻

微修改初始值外,就不知如何做了。而在这种情况下就适合采用同伦法,因为它的操作结果比较容易预测,且直观、明确。

3.1 合理构造初始求解方程组

对完备约束系统而言,其同伦路径是1维光滑曲线(集),即这条曲线或者这个有限曲线集是确定的;而欠约束同伦路径由于是一个无限曲线集,则没有一条确定的具体曲线,因此必有部分同伦路径发散,致使浪费计算时间。对于系数同伦算法、参数同伦算法、齐次化方法等只是为了减小计算量,而对同伦函数的不同构造,由于使阶数降低,从而减小了发散路径的计算量。为此,合理构造初始方程组,通过全部或部分排除发散同伦路径来减少计算量,可以有效提高迭代速度。

为了得到合理的初始方程组,即尽量减少求解方程的个数,在进行初步特征识别之后,应对部分约束进行约束合并处理。几何特征参数大都可以表示成参数矢量的形式,如点、直线(包括二次曲面的轴线)的方向矢量和平面法矢等,这样就可以通过几何变换实现在参数矢量中并入约束。几何变换种类很多,其中常用的是平移变换和旋转变换。平移变换可以将重合约束、距离约束、平行约束及相切约束并入参数矢量;几何重构遇到的相交约束情况很多,而且相交几何特征都有各自的方向矢量,如直线(包括二次曲面的轴线)的方向矢量和平面法矢等,但通过旋转变换都可以将相交约束并入参数矢量。

设实体有两个几何特征,其对应的参数矢量分别为 q_1, q_2 ,则建立的实体参数矢量为 $Q^T = [q_1^T, q_2^T]$,然后由2个几何特征之间的约束关系,即可构造约束变换矩阵 K ,使

$$q_2^T = q_1^T K \quad (7)$$

则 $Q^T = [q_1^T, q_1^T K]$,这样就将约束并入了参数矢量,其中 T 为转置。

通过约束合并处理,由于大大减少了待求变量,从而减少了方程组的规模和提高了同伦法的迭代速度。

3.2 欠约束系统的同伦构造^[7]

对于欠约束而言,由于求解全部解是没有意义的,因此,一般只讨论求解欠约束系统单个零点的情况。一般的同伦法应用要求雅可比矩阵为满秩方阵。现将其推广,如果只要求雅可比矩阵行满秩,则可以将同伦应用于欠约束问题求解。欠约束系统的同伦形式需要满足如下条件:

- (1) 同伦与原约束方程组方程个数相同;
- (2) 辅助映射应包含对所有未知量的影响;
- (3) 将几何实体的当前位置作为起始点。

根据这些条件,当(子)系统处于欠约束状态时,如果变量个数为 n ,约束方程个数为 $m, n > m$,原方程组 F 为: $\mathbf{R}^n \rightarrow \mathbf{R}^m$,那么构造的同伦需要满足

$$H(t, X) = [0, 1] \times \mathbf{R}^n \rightarrow \mathbf{R}^m$$

做线性同伦

$$H(t, X) = tF(X) + (1-t)G(X) = 0 \quad (8)$$

取 $G(X) = \mathbf{R}^n \rightarrow \mathbf{R}^m$ 为当前约束值与初始值的矢量差,即

$$G(X) = F(X) - F(X_0)$$

则同伦形式为

$$H(t, X) = F(X) + (1-t)G(X) = 0 \quad (9)$$

其中, X_0 为计算开始的系统位置。很明显, $H(t, X) = F(X) + (1-t)G(X) = 0$ 的路径为 $k = n + 1 - m$ 维曲线集,其欠约束同伦路径的跟踪就是从 $(0, X_0)$ 开始,沿着该曲线集的某一条向上的曲线 $\lambda(s)$ 直到某个可行解 $(1, X^*)$ (上角 r 代表最终迭代结果)。

完备约束系统的同伦路径是1维光滑曲线,这条曲线或者有限曲线集是确定的。而欠约束同伦路径则由于是一个无限曲线集,没有一条具体的曲线,因此,欠约束路径跟踪的首要任务就是先要确定一条具体的曲线 $\lambda(s)$,然后采用局部逐步逼近法确定同伦路径 $\lambda(s)$,其具体思想如下:假定已经知道同伦曲线上一点 $Q_k(t_k, X_k)$,并知道该点的前进方向 v ,就可以得到 $\lambda(s)$ 的下一个点 $Q_{k+1}(t_{k+1}, X_{k+1})$,所有这些点连接起来就是同伦路径,下面给出具体求解方向 v 的方法:令

$$A = \frac{\partial H}{\partial(t, X)}(t_k, X_k)$$

$$v = \begin{bmatrix} t \\ X \end{bmatrix} \quad (10)$$

$$\frac{\partial H}{\partial(t, X)}(t_k, X_k) \begin{bmatrix} t \\ X \end{bmatrix} = 0$$

即, $Av = 0$

假定 A 的零空间为 $N(A)$,其正交补空间为 $N^\perp(A)$ 取向量 $B = (1, 0, \dots, 0)^T \in \mathbf{R}^{n+1}$,设向量 z 和 v 分别为 B 在 $N^\perp(A)$ 和 $N(A)$ 上的投影,则三者满足平行四边形法则,有

$$B = v + z \quad (11)$$

两边同乘 A ,有 $AB = Av + Az$,再由 $Av = 0$ 就可以得到 $z = A^+AB$,代入式(11)得

$$v = B - z$$

其单位化后为

$$v = \frac{B - z}{\|B - z\|}$$

3.3 欠约束同伦迭代步长的合理确定

目前,大多数步长控制方法中,选取步长的原则是所选步长必须使校正、迭代次数基本保持不变。基于这一原则的步长选取方法的缺点是:当预测点距同伦零点曲线较远时,则在校正过程中很难进入收敛范围,此时需要多次减小步长,这样在能够加速之前已经耗费了大量计算时间。步长的选取必须反映同伦零点曲线的局部曲率。如果同伦零点曲线局部曲率较小,则可以选取相对较大的步长;相反,若同伦零点曲线局部曲率较大,则应选取相对较小的步长。因此,本文利用同伦零点曲线的局部曲率来控制步长的选取。

根据曲率的定义:

$$K = \lim_{\Delta s \rightarrow 0} \left| \frac{\Delta \alpha}{\Delta s} \right| \quad (12)$$

式中, Δs 表示曲线上相邻两点间的弧长; $\Delta \alpha$ 为相邻两点处切向矢量所夹锐角。在路径跟踪时,假定 (x_k, t_k) 为同伦零点曲线上的当前点, (x_{k-1}, t_{k-1}) 为 (x_k, t_k) 的前一点, v_k 和 v_{k-1} 为分别对应这两点的切向矢量,则

$$\cos(\Delta \alpha) = \frac{([v_{k-1}]^T, v_k)}{\|v_{k-1}\| \cdot \|v_k\|} \quad (13)$$

$$\Delta s \approx \|(x_k, t_k) - (x_{k-1}, t_{k-1})\| \quad (14)$$

从式(13)、式(14)可以看出,在路径跟踪过程中,可以很方便地计算出同伦零点曲线的局部曲率,进而可根据该曲率值选取一个合适的步长用于下一次预测,由于增量 Δt 由同伦的局部曲率自适应控制,所以能得到一个较为合理的迭代次数,具体算法规则为:

- (1) 如果 $\|\Delta K_{k+1}\| > a_2 \|\Delta K_k\|$,则 $\Delta t_{k+1} = \Delta t_k / 2$;
- (2) 如果 $\|\Delta K_{k+1}\| < a_1 \|\Delta K_k\|$,则 $\Delta t_{k+1} = 2\Delta t_k$;
- (3) 其他 $\Delta t_{k+1} = \Delta t_k$;

ΔK 为局部曲率,其中 a_1, a_2 为收缩因子,一般取 $0 < (a_1 = 0.2) < (a_2 = 0.8) < 1$ 。

3.4 发散系数的确定

发散条件系数 f 的大小影响计算效率和求得全部解的可能性, f 的值取得越大,其计算时间虽将增加(如图1所示),但得到解的可能性也增加,为了减少不必要的重复计算, f 的值应取使得一般左右路径收敛为宜,这里取 10^4 。

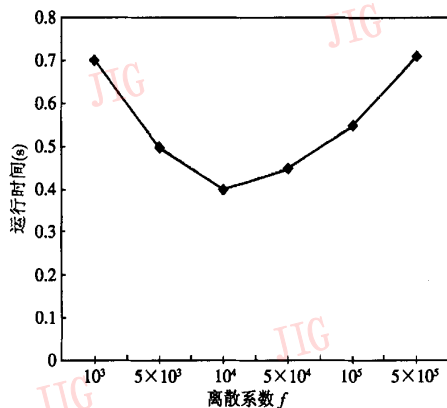


图 1 发散系数与计算时间的关系

Fig. 1 Relationship between coefficient of divergence and cost time

4 具体应用实例

在研究基于约束条件下模型重建的过程中,可采用同伦法约束方程进行求解。约束识别的主要手段为通过测量设备来识别和确定约束关系,即要求在产品测量过程中,除测量产品外形的数据点外,还应对产品外形几何特征之间的关系进行测量,如孔的相对位置,两个面之间的夹角等。另外一个办法就是在进行点云区域分割的时候,初步识别分割区域的几何特征及相应参数,如通过求解的曲率值来判定该区域为平面、柱面还是球面。图 2 为原始点云数据,具体应用时取模型一半为研究对象(如图 3 所示),并对其进行初步特征估计和约束识别。



图 2 原始数据点云

Fig. 2 Original point cloud

在进行区域分割后就可以初步识别出点云由以下特征组成:7 个平面,2 个柱面,然后即可用最小二乘单独拟合这些几何特征元素的参数值,其结果见表 1。

在进行精确曲面整体拟合前,由表 1 的初始参数值识别出的约束为:

(1) 平面之间的约束 P_1 与 P_7 共面, P_1 与 P_2 垂直, P_1 与 P_3 平行, P_1 与 P_5 平行, P_2 与 P_4 成 60° 角, P_3 与 P_4 垂直, P_4 与 P_5 垂直, P_5 与 P_6 成 120° 角;

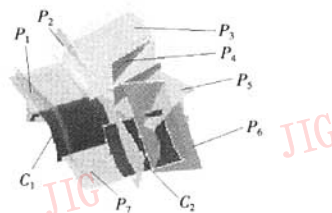


图 3 点云特征识别及约束识别

Fig. 3 Feature recognition and constraints recognition

表 1 特征的初步参数估算表

Tab. 1 Initial estimation of features

分割区域所代表的特征	初步识别的曲面参数表达
P_1 (Plane)	$0.011x + 0.024y + 0.991z + 1.2535 = 0$
P_2 (Plane)	$0.012x + 0.981y + 0.047z + 3.5472 = 0$
P_3 (Plane)	$0.011x + 0.018y + 0.987z + 6.2535 = 0$
P_4 (Plane)	$0.453x + 0.627y + 0.238z + 4.3221 = 0$
P_5 (Plane)	$0.018x + 0.021y + 0.981z + 3.4535 = 0$
P_6 (Plane)	$0.336x + 0.328y + 0.349z + 4.2362 = 0$
P_7 (Plane)	$0.012x + 0.025y + 0.993z + 2.2431 = 0$
C_1 (Cylinder)	$(x - 2.012)^2 + (y - 4.066)^2 + (z - 3.827)^2 - (0.012 \times (x - 2.012) + 0.023 \times (y - 4.066) + 0.992 \times (z - 3.827)^2 - 16.028 = 0$
C_2 (Cylinder)	$(x - 4.012)^2 + (y - 6.065)^2 + (z - 2.827)^2 - (0.012 \times (x - 4.012) + 0.023 \times (y - 6.065) + 0.992 \times (z - 2.827)^2 - 25.021 = 0$

(2) 圆柱面之间的约束 C_1 与 C_2 的轴向平行; C_1 与 C_2 轴有一定的距离;

(3) 平面与圆柱面之间的约束 过圆柱 C_1 的轴线过平面 P_1 ,圆柱 C_1 与平面 P_2 垂直;

对上述约束进行合并处理,若平面 P_1 与 P_3 , P_5 , P_7 具有平行关系,则由 P_3 , P_5 , P_7 来构造平移矩阵 $K[i]$,当通过平移变换并入平行约束后,则 4 个平面就有相同的法矢,即用平面 P_1 的法向矢量就可以表示其他 3 个平面的法向矢量。同理可以对其他几个对象进行约束和合并处理。由于待求参数减少,因此最后得到方程组规模只有原来的一半。

由同伦法求解式(6)时,可采用欧拉法做预估,先用同伦零点曲线的局部曲率来控制步长,再由 QR 分解寻求切向量,运算结果如表 2 所示。

表 2 为同伦跟踪得到精确收敛解,基本上与正向设计时的参数一致,重建后的参数模型如图 4、图 5 所示(考虑了相邻几何形状特征的邻接情况)。

表2 同伦法求解后得到参数值

Tab.2 Parameter solved by homotopy method

精确拟合后的特征	识别的曲面参数表达
P_1 (Plane)	$0.006x + 0.004y + 0.998z + 1.2500 = 0$
P_2 (Plane)	$0.008x + 0.996y + 0.047z + 3.5472 = 0$
P_3 (Plane)	$0.007x + 0.008y + 0.988z + 6.2500 = 0$
P_4 (Plane)	$0.450x + 0.630y + 0.240z + 4.4500 = 0$
P_5 (Plane)	$0.010x + 0.020y + 0.991z + 3.5000 = 0$
P_6 (Plane)	$0.334x + 0.335y + 0.338z + 4.4600 = 0$
P_7 (Plane)	$0.010x + 0.020y + 0.999z + 2.2500 = 0$
C_1 (Cylinder)	$(x - 2.002)^2 + (y - 4.006)^2 + (z - 3.800)^2 - (0.010 \times (x - 2.002) + 0.020 \times (y - 4.006) + 0.990 \times (z - 3.800))^2 - 16.008 = 0$
C_2 (Cylinder)	$(x - 4.002)^2 + (y - 6.005)^2 + (z - 2.800)^2 - (0.012 \times (x - 4.002) + 0.025 \times (y - 6.005) + 0.995 \times (z - 2.830))^2 - 25.001 = 0$

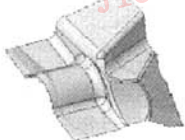


图4 重建模型(半边结构)

Fig.4 The reconstruction model(The half structure)

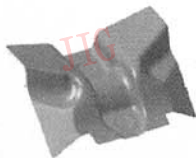


图5 最终重建模型(全部结构)

Fig.5 The final reconstruction model(The whole structure)

5 结论

对于逆向工程的约束问题,到目前为止,相关研究都还不是很成熟,一直处于试探前行的阶段。由于约束的优先权决定约束求解的顺序,因此用户可以明确地指定约束方向(如有A指向B,则意味着约束A用于求解约束B。通过给定权和约束方向,用户就可以显示地表达工程设计意图。在处理过约束

时,就可以根据约束优先权去除一些影响因子最小的约束,直至得到完备约束。

本文用同伦法求解逆向工程中约束条件下的曲面拟合问题,实践证明,该方法能有效解决拟合过程的约束问题,正好满足逆向工程约束方程初始值无法确定的问题。为了解决同伦迭代运算较慢的问题,本文还提出了约束归并方法,用于缩小待解方程的规模,同时采用基于局部曲率来实现自适应同伦增量控制,以及在拟合过程中通过选取合理的发散条件系数等措施,从而大大加快了计算速度。

参考文献(References)

- 1 Werghi N, Fisher R, Robertson C, et al. Object reconstruction by incorporating geometric constraints in reverse engineering [J]. Computer-Aided Design, 1999, 31(6): 363~399.
- 2 Pál Benkő, Géza Kós, Tams Váradý, et al. Constrained fitting in reverse engineering[J]. Computer Aided Geometric Design, 2002, 19(3): 173~205.
- 3 Kariel Arie, Belsky Yri, Reich Yoram. Decomposing the problem of constrained surface fitting in reverse engineering [J]. Computer-Aided Design, 2005, 37(4): 399~147.
- 4 Garcia C B, Li T Y. On the number of solutions to polynomial system of equations[J]. SIAM Journal Numerical Analysis, 1980, 17(4): 540~546.
- 5 Morgan A P. Solving Polynomial Systems Using Continuation for Scientific and Engineering Problems[M]. Englewood Cliffs. N J, USA: Prentice-Hall,1983.
- 6 Wampler C W, Morgan A P. Numerical continuation methods for solving polynomial systems arising in kinematics[J]. ASME Journal of Mechanical Design, 1990,112(1):59~68.
- 7 Peng Xiao-bo, Chen Li-ping, Zhou Ji. Solving under-constrained geometric system by homotopy method [J]. Journal of Image and Graphic, 2002,7(9): 956~967. [彭小波,陈立平,周济.面向欠约束几何系统的一种同伦求解方法[J].中国图象图形学报,2002,7(9):956~967.]
- 8 Gao Xiao-shan, Jiang Kun. Survey on gemetric constraint solving [J]. Journal of Computer-Aided Design & Computer Graphics, 2004, 16(4): 385~396. [高小山,蒋鲲.几何约束求解研究综述[J].计算机辅助设计与图形学学报,2004,16(4):385~396.]
- 9 Huang Xiang-ding, Zeng Zhong-gang, Ma Ya-nan. The Theory and Methods for Nonlinear Numerical Analysis [M]. Wuhan: Wuhan University Press, 2004: 155~186. [黄象鼎,曾钟钢,马亚南.非线性数值分析的理论与方法[M].武汉:武汉大学出版社,2004:155~186.]